

1107. [Libro – A cura di / Libro – Editor / Book – Editor] [Vari articoli – Varios artículos]
D'Amore, B., Fandino Pinilla, M.I. (Eds.), Premessa a: *Alcuni contributi alla Teoria dell'Oggettivazione*. Bologna: Bonomo.

Premessa dei curatori

Bruno D'Amore e Martha Isabel Fandiño Pinilla

Cenni alla pluriennale collaborazione fra i membri del NRD (Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica, Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna) e il prof. Luis Radford, per la creazione e diffusione della Teoria dell'Oggettivazione (TO)

Come spesso capita in situazioni di questo tipo, nelle quali diversi eventi si accavallano, risulta difficile ricordare l'ordine esatto di tali eventi, i motivi che li hanno determinati, le loro conseguenze sul piano logico e scientifico, le loro esatte peculiarità.

Per esempio, è difficile, complesso, ma per fortuna forse inutile ricordare di essi una ... prima volta. Leggendo cenni cronologici di eventi che si accavallano densi, talvolta non si sa più quale sia stata causa dell'altro e così si tende talvolta a confondere motivi e risultati.

Ma, in questo caso, non importa: quel che è certo è che la relazione fra i tre autori i cui nomi appaiono nella copertina di questo libro è densa di fatti, eventi, occasioni, testi, tali da costituire una storia emblematica.

Dunque, qui non si avrà necessariamente una presentazione completa e cronologica, ma emotiva e culturale, e ciò basta in questa occasione.

Dunque, faremo inizialmente enfasi su quel che avvenne nel 2006, ma poi sveleremo che l'inizio di questa fase è basata su qualcosa di concreto che era avvenuta nel 2004.

Inizieremo dunque dalla ben nota ipotesi che riguarda un'idea di Georg Heinrich Ferdinand Nesselman che aveva lo scopo di spiegare l'evoluzione del linguaggio dell'algebra secondo tre periodi distinti:

fase retorica: anteriore a Diofanto di Alessandria, nella quale si usa esclusivamente il linguaggio naturale, senza ricorrere ad alcun apparato semiotico se non quello della lingua;

fase sincopata: da Diofanto fino alla fine del XVI secolo, quando si introducono alcune abbreviazioni per le incognite e le relazioni di uso più frequente, mentre i calcoli sono ancora eseguiti in linguaggio naturale;

fase simbolica: introdotta principalmente da François Viète, nella quale si usano lettere per le quantità e segni per rappresentare le operazioni; si utilizza un linguaggio simbolico non solo per risolvere equazioni ma anche per provare regole generali.

BD era talmente convinto di questa distinzione evolutiva che la insegnava nei corsi post universitari di Storia ed Epistemologia della Matematica; fu dunque una sorpresa per lui venire a sapere da LR che lui, invece, non l'accettava. E ciò aveva ripercussioni epistemologiche notevoli anche per ciò che riguarda la ricerca in Didattica della Matematica. Basti pensare che BD e MIFP, seguaci *ortodossi* di Guy Brousseau (l'uso di questo aggettivo da parte di GB per caratterizzare soprattutto corsi e lezioni di MIFP venne espresso oralmente, pubblicamente, esplicitamente e clamorosamente, durante un convegno in Argentina), accettavano la classica ripartizione degli ostacoli in ontogenetici, didattici

ed epistemologici e ne facevano oggetto di lezione e base per ricerche; mentre, con loro sorpresa, LR asserì, durante riunioni di studio e conferenze, che lui rifiutava questa terza categoria così come veniva presentata perché, secondo lui, non rispettava la vera questione epistemologica tematica.

Su proposta di LR, si decise di effettuare dunque una sorta di sfida intellettuale, una specie di duello culturale nel quale un personaggio stimato da entrambi, che in questo caso doveva fingere di non avere idee proprie, doveva suggerire, tramite domande significative, delle proposte di discussione fra i due contendenti: LR (anti ostacoli epistemologici e anti Nesselman), BD (a favore di entrambe queste posizioni).

Si scelse come creatore delle domande Giorgio Bagni, allievo di BD, spirito fine sia in campo storico-epistemologico, sia in campo didattico.

Il risultato fu un lungo articolo a tre nomi che ebbe una certa risonanza e che BD e MIFP usarono in loro corsi post universitari in varie università, per esempio presso l'Università Nacional di Bogotá, e come tema di conferenze in convegni.

D'Amore B., Radford L., Bagni GT. (2006). Ostacoli epistemologici e prospettive socioculturali. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 29B(1), 11-40. [D'Amore, B., Radford, L., Bagni, G.T. (2007). *Obstáculos epistemológicos y perspectiva socio-cultural de la matemática*. Colección "Cuadernos del Seminario en educación". Bogotá: Universidad Nacional de Colombia].

Nello stesso anno, 2006, BD e LR furono invitati come Editori a realizzare un numero speciale (in lingue inglese, francese e spagnola) della rivista *Relime* (Cinvestav, México DF., México) sul tema: *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, alla redazione della quale hanno partecipato vari autori.

Radford, L., D'Amore, B. (Eds.) (2006). *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*. Número especial (en inglés, francés y español) de la revista *Relime* (Cinvestav, México DF., México). Introducción de Luis Radford, Conclusión de Bruno D'Amore. Artículos de: M. Otte; R. Duval; R. Cantoral, R-M. Farfán, J. Lezama, G. Martínez Sierra; L. Radford; Juan D. Godino, V. Font, M. R. Wilhelmi; A. Koukkoufis, J. Williams; B. D'Amore; A. Gagatsis, I. Elia, N. Mousoulides; A. Sáenz-Ludlow; GT. Bagni; F. Arzarello. http://www.luisradford.ca/pub/56_Relime_semiotics_06PP157313.pdf; <http://luisradford.ca>

Ancora nel 2006, BD e MIFP promossero la traduzione, con commenti in prefazione, per una casa editrice italiana di un libro che aveva come autore L.R.

Radford, L., Demers, S. (2006). *Comunicazione e apprendimento*. Bologna: Pitagora. [Nuova edizione: 2023, Bologna: Bonomo].

Questo libro proponeva temi di ricerca relativi alla comunicazione in aula, evidente preludio, nel leggerlo ora, ad alcuni dei temi che poi entrarono a far parte della Teoria dell'oggettivazione (TO).

Chiamato a fare da Editor per una rivista italiana, BD elesse fra i tanti autori LR che contribuì con un testo dedicato al tema che oggi si dà per scontato: le relazioni fra la didattica e la formazione dei futuri insegnanti.

D'Amore, B. (Editor) (2006). *Matematica: l'emergere della didattica nella formazione*. Numero speciale della rivista *Rassegna*. Istituto Pedagogico di lingua italiana, XIV, 29. [Testi di: Bruno D'Amore, Ferdinando Arzarello, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Guy Brousseau, Luis Radford, Salvador Llinares, Silvia Sbaragli, Giorgio T. Bagni, Giorgio Bolondi, Paola Mazzini. Editoriale di Bruno D'Amore].

LR è stato presente come relatore al convegno *Incontri con la Matematica* che si svolge ogni anno dal 1986 nella città di Castel San Pietro Terme (provincia di Bologna); si tratta del convegno italiano di Didattica della Matematica che raccoglie in presenza il maggior numero di convegnisti (sempre circa 1000). LR fu presente in vari anni come relatore a CSPT: 2006, 2011, 2019, 2021 e lo sarà ancora nel 2025. Siamo certi di poter affermare che sempre, in tutti questi anni, il suo tema ha riguardato quella formidabile teoria che ha conquistato il mondo intero, la TO, all'inizio non sempre

citata esplicitamente con questo nome, ma, da un certo punto in poi, sempre, come si intuisce dai titoli delle relazioni.

I testi di LR sono dunque presenti negli Atti dei relativi convegni pubblicati in tutti questi anni:

- Radford, L. (2006). Comunicazione, apprendimento e formazione dell'*io comunitario*. In: B. D'Amore e S. Sbaragli (Eds.), *Il convegno del ventennale*. Atti del Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica" n. 20. Castel San Pietro Terme (Bo), 3-4-5 novembre 2006. Pp. 65-72. Bologna: Pitagora.
- Radford, L. (2011). Sullo sviluppo del pensiero matematico nei giovani studenti: la graduale armonizzazione di percezione, gesti e simboli. In: B. D'Amore e S. Sbaragli (Eds.), *Un quarto di secolo al servizio della Didattica della Matematica*. Atti del Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica" n. 25. Castel San Pietro Terme (Bo), 4-5-6 novembre 2011. Pp. 33-40. Bologna: Pitagora.
- Radford, L. (2019). Alcune connessioni tra musica e matematica. In: B. D'Amore e S. Sbaragli (Eds.), *Didattica della Matematica e professionalità docente*. Atti del Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica" n. 33. Castel San Pietro Terme (Bo), 8-9-10 novembre 2019. Pp. 39-42. Bologna: Pitagora.
- Radford, L. (2021). Il bambino eroico: alcune riflessioni sull'apprendimento nella didattica della matematica per la prima infanzia. In: B. D'Amore e S. Sbaragli (Eds.), *La Didattica della Matematica: riflessioni teoriche e proposte concrete*. Atti del Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica" n. 35. Castel San Pietro Terme (Bo), 5-6-7 novembre 2021. Pp. 15-18. Bologna: Pitagora.

Sulla presenza di relatori stranieri al convegno e sulla loro influenza nel campo nazionale di ricerca, si veda:

- D'Amore, B., Bolondi, G., Ferretti, F. (2024). *La presenza di relatori stranieri nel Convegno "Incontri con la Matematica" di Castel San Pietro Terme dal 1986 al 2024*. Bologna: Bonomo.

Sempre a proposito di convegni in Italia, ricordiamo, come testimonianza del legame personale e culturale fra i due autori di questa premessa e LR, la presenza di LR a due convegni di dedicati a BD e svoltisi presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Bologna:

- Radford, L. (2011). Dialogism in *absentia* or the language of mathematics. In: S. Sbaragli (Ed.), *Mathematics and its didactics, forty years of commitment*. In occasion of 65 years of Bruno D'Amore. Department of Mathematics, University of Bologna. 08 october 2011. Pp. 184-186.
- Radford, L. (2016). Mathematics and Mathematics classroom activity through the lens of metaphor. In: M. Iori (Ed.), *Mathematics and Mathematics Education, In occasion of 70 years of Bruno D'Amore*. Department of Mathematics, University of Bologna. 08 october 2016. Pp. 439-446.

Ma le occasioni di incontri pubblici, convegni, conferenze, seminari, ... in comune, furono moltissime; soprattutto ricordiamo i tanti convegni organizzati in Svizzera da BD e MIFP, molti dei quali con l'aiuto di Gianfranco Arrigo. Particolarmente caro ci è il *II Convegno Internazionale di Didattica della Matematica*, Locarno, 24-25 settembre 2004. I due ospiti d'onore erano Guy Brousseau (tema: Teoria delle Situazioni) e Luis Radford (tema: Teoria dell'oggettivazione). Questo convegno è passato alla storia della Didattica della Matematica non solo per le due tematiche a confronto, ma anche per un famoso pranzo, ricordato in un libro di BD e in vari articoli di LR.

- D'Amore, B. (2021). *Memorie di una vita: i personaggi, le storie, le idee*. Bologna: Pitagora. [Nuova edizione: (2023) Bologna: Bonomo]. [D'Amore, B. (2024). *Memorias de una vida. Los personajes, las historias, las ideas*. Bogotá: Magisterio].

Nel libro: D'Amore, Radford (2017), nel capitolo *Ser, Subjetividad y Alienación*, a pagina 135, LR ricorda questo fatto che contribuì a lanciare definitivamente alla sua fortunata avventura teorica, un successo che sta avendo in tutto il mondo, la *teoria dell'oggettivazione*, TO, ben nota ai nostri giorni a ogni ricercatore che si occupa di Didattica della Matematica, a qualsiasi livello.

- D'Amore, B., Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Prefacios de Michèle Artigue y Ferdinando Arzarello. Bogotá: DIE Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Questo evento è in relazione a un celebre pranzo che avvenne fra Brousseau e Radford nel citato convegno di Locarno del 2004. Questo “pranzo storico” è stato determinante per lo scambio di idee fra i due studiosi e per la messa in evidenza delle rispettive posizioni teoriche di ricerca.

In questo libro, che il nostro Lettore ha in questo momento tra le mani o che sta consultando su un PC, sono più volte poste in evidenza le contraddizioni tra le due diverse teorie, TO e TS, ma anche le non poche analogie, ottenute dagli studi più frequenti con vero coraggio investigativo.

Tralasciamo altre numerose partecipazioni a convegni, per non dilungarci troppo sul tema; ma ci sembra interessante ricordare che i giorni 5-8 marzo 2008 si svolse a Roma presso l'Accademia dei Lincei e a cura dell'Istituto della Enciclopedia Italiana il convegno internazionale: ICMI 1908/2008. *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction. Reflecting and Shaping the World of Mathematics Education.*

Il Working Group 5 (Mathematics Education: an ICMI perspective) venne diretto da Gilah Leder e Luis Radford. In questa occasione MIFP e BD presentarono il Seminario: *Change of meaning of mathematical objects due to the passage between their different representations* che voleva essere un ponte fra la TS (alla presenza di Guy Brousseau), la TO (alla presenza di LR) e le diverse analisi teoriche di Raymond Duval.

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I. (2008). Change of the meaning of mathematical objects due to the passage between their different representations. En: Menghini M., Furinghetti F., Giacardi L., Arzarello F. (Eds.) (2008). *The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education.* Proceedings, Roma 5-8 march 2008. WG 5. Roma: Istituto della Enciclopedia Italiana. Collana Scienza e Filosofia. Pages 304-305.

Ricordiamo inoltre la generosa partecipazione di LR con un paragrafo sul libro:

D'Amore, B. (2009). *Matematica, stupore e poesia*. Firenze: Giunti. [Nuova edizione: 2023, Bologna: Bonomo]. [In corso di traduzione in spagnolo: 2025].

E la comune prefazione a un libro di Giorgio T. Bagni:

D'Amore, B., Radford, L. (2009). Prefazione a: Bagni, G.T. (2009). *Interpretazione e didattica della matematica*. Bologna: Pitagora. [Nuova edizione: 2023, Bologna: Bonomo].

Luis venne spesso invitato a tenere seminari a Bogotá nel dottorato presso il quale è impegnato come docente BD, il DIE (Doctorado Interinstitucional en Educación) (del quale è direttore Rodolfo Vergel Causado), sezione di Educación Matemática (della quale è responsabile Luis Ángel Bohórquez Arenas), della Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, a partire dal 2011. Alcuni dei temi furono: 1) Conceptos y objetos matemáticos y semiótica; 2) Semiótica, Cultura, Aprendizaje y Pensamiento Matemático; e altri.

Tuttora partecipa abbastanza spesso agli esami di dottorato, come membro di commissioni, come direttore onorario, come membro del tribunale finale; così come avvenne in forma presenziale a Roma il 27 marzo 2010; il candidato George Santi ha avuto il punteggio di “eccellente” di fronte alla commissione internazionale che enumerava, tra gli altri, Juan Godino (Granada, Spagna) e LR (Ontario, Canada).

Santi, G. (2024). *Changes in meaning of mathematical objects due to semiotic transformations: a comparison between semiotic perspectives*. Bologna: Bonomo.

Le collaborazioni editoriali all'interno del NRD a proposito della Didattica della Matematica in generale e della TO in modo specifico sono state numerosissime; ricordiamo solo, per esempio:

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I., Iori, M. (2013). *La semiótica en la didáctica de la matemática*. Prefacios de Raymond Duval, Luis Radford y Carlos Eduardo Vasco. Bogotá: Magisterio]. [En italiano: 2013; in portoghese: 2015].

D'Amore, B., Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Prefacios de Michèle Artigue y Ferdinando Arzarello. Bogotá: DIE Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

I giorni 17-20 gennaio 2017, a Toronto (Canada) si svolse il Segundo Coloquio Internacional de la Teoría de la Objetivación. (Conferencistas invitados: LR, Ubiratan D'Ambrosio, Luis Puig, Olga Lucia León, Cistina Sabena, BD): *Algunos aspectos filosóficos de la teoría de la objetivación*.

Nel frattempo vari testi di ricerca teorica furono scritti da vari membri del NRD di Bologna su temi riguardanti la TO, spesso studiata in relazione con altre teorie. Per esempio:

D'Amore, B. Fandiño Pinilla, M. I. (2018). Relectura de un artículo publicado en 2000 con la visión crítica del 2018: ¿qué queda?, ¿qué perspectivas se alcanzaron?, ¿qué metas son aún lejanas? In A. Avila (Editor) (2018), *Rutas de la Educación Matemática. 30 años de investigación en la revista Educación Matemática*. México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática – A. C. Somided. Pp. 63-82]. [D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I. (2018). Rileggere un articolo pubblicato nel 2000 con occhi del 2018: Che cosa resta, che prospettive sono state raggiunte, che traguardi sono ancora lontani? *La matematica e la sua didattica*, 26(1), 29-55].

Altri eventi che vogliamo ricordare:

Bogotá, 26 05 2021, Lanzamiento del libro: Luis Radford y Maritza Silva Acuña (Compiladores) (2021). *Ética: entre educación y filosofía*. Bogotá: Universidad de los Andes. Fra i relatori: LR, Paola Valero, BD.

Universidad de los Llanos Villavicencio (Colombia), Virtual. Serie di conferenze a invito sulla Teoría de la Objetivación (RICTO). 22 giugno 2021. Fra i relatori: BD, LR, George Santi.

D'Amore, B. (2021). Prólogo al libro: Radford, L., Acuña, M.S. (2021). *Ética entre Educación y Filosofía*. Pp. IX-XVIII. Bogotá: Universidad de los Andes.

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I. (2021). Recensione del libro: Radford, L. (2021). *The theory of objectification: A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning*. Brill/Sense: Leiden, The Netherlands. *La matematica e la sua didattica*, 29(2), 221-225.

D'Amore, B. (2022). Reflexiones básicas sobre el tema de las relaciones entre ética y didáctica de la matemática. In J. Sagula (Editor), *Nuevos paradigmas en la post pandemia en Educación matemática*. Memorias del III Simposio de Educación Matemática Virtual, Universidad Nacional de Luján, Argentina, mayo 2022, Tomo I, pp. 6-11.

D'Amore, B. (2023). Some specific historical elements on the evolution of 'Mathematics Education' as a research discipline. *Annales Accademia delle Scienze di Bologna*, vol. 1.

D'Amore, B. (2023). Algunos elementos históricos específicos sobre la evolución de la educación matemática como disciplina de investigación. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*. 2024 Mar 19. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.2571>

Notevole per la sua profondità la collaborazione di LR a nostre iniziative; ricordiamo solo:

Radford, L. (2024). El niño heroico. Algunas reflexiones sobre el aprendizaje en la educación matemática infantil. In: D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I. (Editores) (2024). *Educación matemática: una disciplina de investigación científica que propone consideraciones significativas concretas para el trabajo en el aula*. Número especial de la revista *Magisterio*, n. 122. Bogotá: Magisterio.

Da parecchi anni, vari membri del NRD di Bologna lavorano sulla TO o, ancora più profondamente, sulla TO intesa come teoria di confronto con altre o costruttiva dell'attuale forma di concepire la Didattica della Matematica.

Ricordiamo solo:

D'Amore, B. (2023). *Cenni di storia della Didattica della Matematica come disciplina scientifica*. Prefazione di Giorgio Bolondi. Bologna: Bonomo. [Fandiño Pinilla, M.I., D'Amore, B. (2024). *Historia de la Educación Matemática como disciplina científica*. Prólogos de Luis Ángel Bohórquez Arenas y de Giorgio Bolondi. Bogotá: Magisterio].

D'Amore, B. (2024). Diferencias y similitudes entre teorías de Educación matemática. In: Jorge E. Sagula (Ed.), *Tendencias en investigación en Educación Matemática*, Actas del Congreso homónimo. Universidad de Luján, Argentina, 16-17 V 2024, pp. 1-2. Panel de apertura.

D'Amore, B. (2024). Didáctica de la Matemática como disciplina científica: teorías y relaciones entre teorías. En: Jorge E. Sagula (Ed.), *Tendencias en investigación en Educación Matemática*, Actas del Congreso homónimo. Universidad de Luján, Argentina, 16-17 V 2024, pp. 8-14. Conferencia.

Queste pagine di Premessa a questo testo vogliono solo testimoniare l'impegno e la profondità di lavoro che vari membri del NRD di Bologna hanno voluto dedicare all'indiscutibile attuale affermazione internazionale della TO, grazie ad analisi teoriche, critiche costruttive, proposte di relazione e confronto con altre teorie.

È dunque questo lo scopo per il quale vede la luce questo libro, un ulteriore contributo in tal senso. I due curatori del volume hanno scelto alcuni dei tanti autori che hanno lavorato in questo campo all'interno del NRD di Bologna, una specie di testimonianza di come la TO sia tra gli argomenti di maggior profonda analisi da decenni, un contributo a quella che oggi è senza alcun dubbio una delle teorie di maggior rilevanza in questo campo di ricerca scientifica.

Gli scritti che avrebbero potuto essere scelti e posti in evidenza in questa circostanza sono assai di più, ma ci ha guidato soprattutto il desiderio di mostrare la coerenza e la coesione degli autori su questo delicato, importante, anzi fondamentale, tema. Sperando di aver contribuito alla diffusione della Didattica della Matematica nel mondo accademico di ricerca scientifica e in particolare di questa teoria.

Ciò non toglie che altre teorie hanno avuto l'opportunità di essere scelte per analisi analoghe; molti degli Autori di questi stessi testi hanno esaminato, analizzato, studiato, confrontato altre teorie della Didattica della Matematica, per esempio la TS e EOS.

Fra i contributi recenti si veda, per esempio:

D'Amore, B. (2024). Reseña del libro: Godino, J. (2024). *Enfoque ontosemiótico en educación matemática. Fundamentos, herramientas y aplicaciones*. Open access from: <https://hdl.handle.net/10481/93596>

A nostro avviso, la crescita culturale di una disciplina scientifica, com'è la Didattica della Matematica, ha bisogno di teorie, com'è sempre successo in ogni altro ramo della Matematica, ma soprattutto del loro confronto critico, com'è sempre stato in Matematica e nella sua epistemologia. Dunque, questo libro è e vuole essere un mattone utile alla costruzione di un edificio culturale e scientifico incrollabile, al quale gli studiosi devono necessariamente fare riferimento.

La conoscenza delle diverse teorie, delle loro divergenze e delle loro analogie è fondamentale per capire in profondità il senso, i contenuti e il futuro sviluppo della Didattica della Matematica.

Asenova, M., D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I., Fúneme Mateus, C.C., Iori, M., Santi, G. (2022). *Teorie rilevanti in Didattica della matematica*. Bologna: Bonomo. [Asenova, M., D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I., Fúneme Mateus, C.C., Iori, M., Santi, G. (2023). *Teorías relevantes en Educación Matemática*. Prólogo de Rodolfo Vergel. Bogotá: Magisterio].